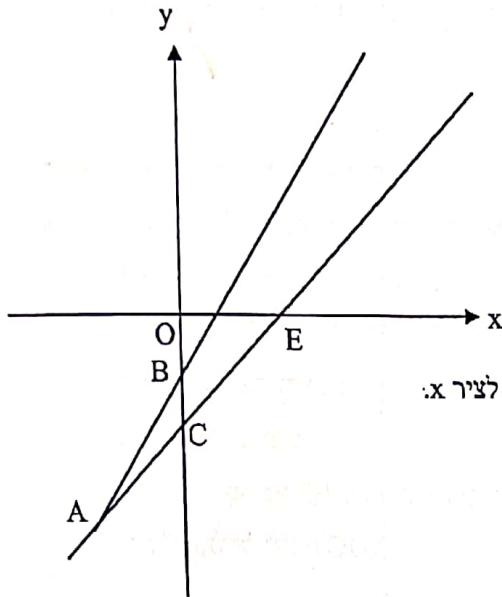


עבודת קיץ במתמטיקה מצויינות למסימני כיתה ח'

שם _____

פונקציות וגרפים



1. נתונות הפונקציות:

$$f(x) = 2x - 2 \text{ ו- } g(x) = \frac{4x - 12}{3}$$

ענו על השאלות הבאות:

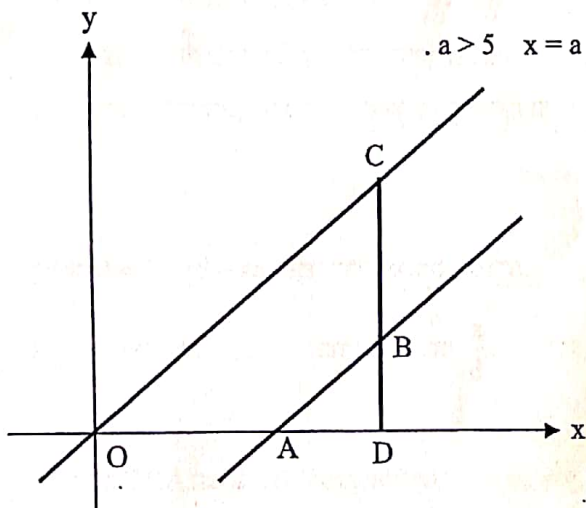
- התבוננו במשולש OEC (הנקודה O היא ראשית הצירים) וחשבו את אורך הקטע EC, הציגו את דרך החישוב.
- באיזה תחום $g(x) > 0$?
- מצאו את משוואת הקו הישר העובר דרך הנקודה A ומקביל לציר x.
- מצאו את שטח המשולש ABC.

2. במשולש ABC נתון:

- קודקוד C נמצא בנקודה (2, 5), הצלע AB מונחת על הישר $y = x + 2$.
- קודקוד A נמצא על ציר ה-y וקודקוד B נמצא על ציר ה-x.
- מצאו את משוואת הישר עליו מונחת הצלע BC.
- הצלע BC חותכת את ציר ה-y בנקודה D. חשבו את שטח המשולש ABD.

3. הצלעות של המרובע ABCO מונחות על:

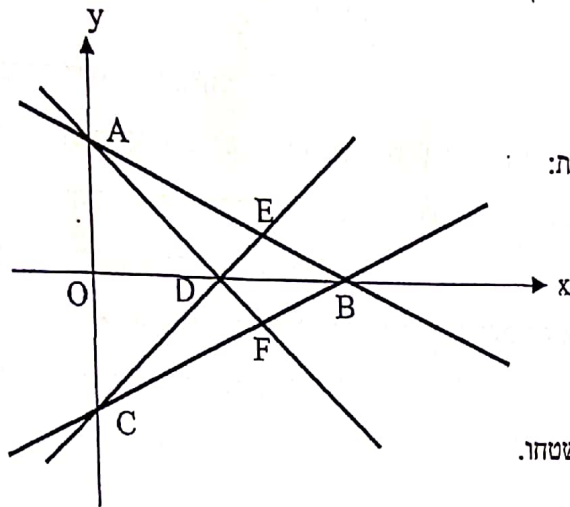
ציר ה-x, הישר $y = x$, הישר $y = x - 5$, והישר $x = a$, $a > 5$.



- איזה מרובע הוא ABCO? נמקו.
- הציעו ערך מתאים לפרמטר a וציינו את שיעורי הנקודות A, B, C, D.
- הביעו באמצעות a את שטח המרובע ABCO.
- מצאו את הערך של a אם ידוע ששטח המרובע ABCO הוא 22.5 יחידות ריבועיות.

4. הישר $y = -\frac{1}{2}x + n$ ($n \neq 0$) חותך את ציר ה- x בנקודה A ואת ציר ה- y בנקודה B.

- א. הביעו את שיעורי הנקודות A ו-B באמצעות n .
 ב. נתון: שטח המשולש אשר הישר AB יוצר עם הצירים הוא 16 סמ"ר. מצאו את n (שתי אפשרויות).



5. לפניכם תיאורים גרפיים של 4 פונקציות.
 א. התאימו לכל גרף משוואה מתוך המשוואות הנתונות:

- 1) $2y = x - 8$ 3) $y = x - 4$
 2) $2y + x = 8$ 4) $y + x = 4$

- ב. רשמו שמות של כל המשולשים שווי שוקיים, אשר נוצרו בסרטוט.
 ג. הוכיחו כי המרובע DEBF הוא דלתון ומצאו את שטחו.
 ד. חשבו את גודל הזווית ADC.

6. נתונות משוואות של שני ישרים: $2y = x + 6$ ו- $2x = y + 6$.

- א. רשמו משוואות של שני ישרים נוספים העוברים דרך ראשית הצירים, כך שארבעת הישרים יצרו מקבילית.
 ב. מצאו את שיעורי הקודקודים של המקבילית, והוכיחו כי היא מעוין.

7. נתון הישר: $y = (k+1)x + 4k - 6$.

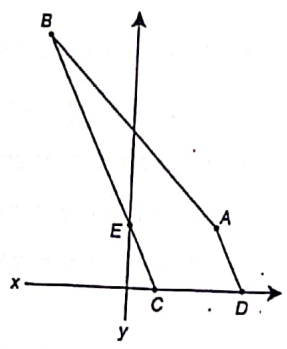
- א. עבור איזה ערך של k הישר חותך את ציר ה- y בנקודה $(0, k)$?
 ב. עבור ערך k מסעיף א', מצאו את משוואת הישר ואת שיעורי נקודת החיתוך שלו עם ציר x .

8. הישר $ax + by + c = 0$ עובר דרך ראשית הצירים.

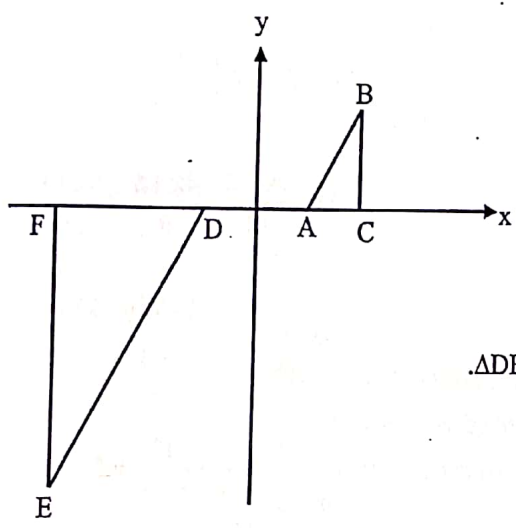
- א. מצאו את c . ב. חשבו את היחס $\frac{a}{b}$, אם ידוע שהישר עובר גם בנקודה $(3, 12)$.

- במשולש ABC הצלע BC מונחת על הישר $y = 5x - 13$, הקודקוד A נמצא בנקודה $(1, 6)$.
 הצלע AC מקבילה לישר $3y = x + 4$ והצלע AB מקבילה לישר $y + 2x = 10$.
 מצאו את שיעורי הקודקודים B ו-C.

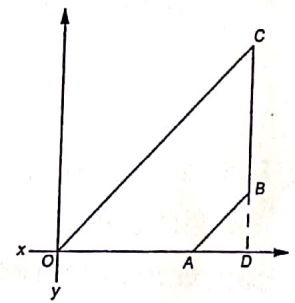
10.



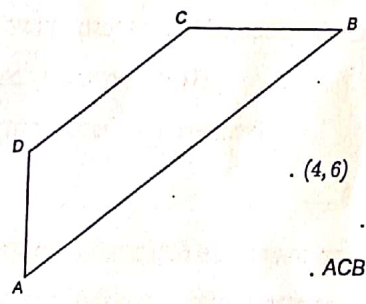
- ABCD הוא מרובע שבו $BC \parallel AD$.
 הצלע AB מונחת על הישר $x + y = 10$,
 והצלע CD מונחת על ציר x.
 נתון: $C(2, 0)$, $D(8, 0)$.
 שיעור x של הנקודה A הוא 6.
 א. מצא את שיעור y של הנקודה A.
 ב. מצא את משוואת הישר AD.
 ג. מצא את שיעורי הנקודה B.
 ד. הישר BC חותך את ציר y בנקודה E.
 (1) הראה כי הישר AE מקביל לציר x.
 (2) מצא את שטח המשולש AEB.



11. במערכת הצירים מסומנות הנקודות:
 $A(1, 0)$, $B(2, 3)$, $C(2, 0)$
 $D(-1, 0)$, $E(-4, -9)$, $F(-4, 0)$
 א. הוכיחו כי $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.
 ב. מצאו את יחס השטחים של $\triangle ABC$ ו- $\triangle DEF$.



- הצלעות של המרובע ABCO מונחות על ציר x, x, על הישר $y = x$, על הישר $y = x - 5$ ועל הישר $x = a$. $a > 5$ פרמטר.
 א. איזה מרובע הוא ABCO? נמק.
 ב. מצא את השיעורים של קדקודי המרובע ABCO (הבע באמצעות a במידת הצורך).
 ג. הישר $x = a$ חותך את ציר x בנקודה D.
 הבע באמצעות a את השטח של: (1) המשולש ABD (2) המרובע ABCO
 (3) נתון כי שטח המרובע ABCO הוא 22.5. מצא את הערך של a.



13. נתון טרפז ABCD ($AB \parallel DC$).
 משוואת הצלע AB היא $y = \frac{3}{4}x - 6$.
 משוואת הצלע AD היא $x = -8$.
 שיפוע הצלע CB הוא 0. שיעורי הקדקוד C הם (4, 6).
 א. מצא את השיעורים של הקדקודים A, B, D.
 ב. (1) מצא את אורך הגובה לצלע BC במשולש ACB.
 (2) מצא את שטח המשולש ACB.

התאימו לכל אחד מהתיאורים שלפניכם את הפונקציות המתאימות מתוך רשימת הפונקציות הנתונות:

$$f(x) = x^2 - 4 \quad g(x) = x + 2 \quad h(x) = 2 \quad y = x^2 - 5x + 6$$

- פונקציות שהגרף שלהן חותך את ציר ה- y בנקודה $(0, 2)$.
- פונקציות שהגרף שלהן עובר בנקודה $(2, 0)$.
- פונקציות אשר הגרף שלהן חותך את ציר ה- x בנקודות $(2, 0)$ ו- $(3, 0)$.

הציגו בדרך אלגברית פונקציה קווית שהיא יורדת והיובית בתחום $x < -2$.

משוואות. אי שוויונות. מערכות

$$1) \frac{1}{5}(4x-1) - \frac{2x}{3} > 2 + \frac{1}{7}x$$

$$2) 3x > 4\frac{1}{2} + \frac{9-6x}{-2}$$

$$3) 9\frac{1}{2} - 2x - \frac{5x}{12} \leq -\frac{x}{4} - \frac{5}{6} - 13$$

$$4) \frac{7x-2}{12} - \frac{4x+5}{9} < \frac{5x+1}{36}$$

$$5) 2x+3 \leq 6x-1 < 3x+5$$

$$6) \begin{cases} 5(x+3) - 7(y-8) = 68 \\ 5x - 7y = -3 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 2 \\ \frac{x+y}{5} - \frac{2x-y}{4} = 1 - \frac{x}{6} \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} \frac{20}{x+y} + \frac{12}{x-y} = 5 \\ \frac{50}{x+y} + \frac{8}{x-y} = 7 \end{cases}$$

תשובות:

- $x < -231$
- $\emptyset$
- $x \geq 10\frac{10}{13}$
- R
- $1 \leq x < 2$
- $(t, (5t+3)/7)$
- $(6, 4)$
- $(7, 3)$

1. באולם בית קולנוע 1200 מקומות ישיבה. בכל שורה אותו מספר כסאות.

אם בכל שורה יתווספו 5 כסאות, מספר המקומות באולם יגדל ב- 12.5%.

כמה שורות באולם וכמה כסאות בכל שורה?

2. במפעל מסוים 35% ממספר העובדים הם נשים.

במשך השנה פיטרו מטעמי יעול 20% ממספר הנשים ועוד 18 גברים.

סה"כ פחת מספר העובדים ב- 16%.

כמה עובדים נותרו במפעל לאחר הפיטורין?

3. יוני ורוני רצו לקנות מצלמה ב 600 ₪. לאף אחד מהם לא היה די כסף לקנות בעצמו.

אמר יוני: "אם תיתן לי 0.6 מכספך, יהיה לי סכום כסף, המספיק בדיוק לקניית המצלמה.

אמר רוני: "אם תיתן לי שליש מכספך, יהיה לי סכום כסף, המספיק בדיוק לקניית המצלמה.

כמה כסף היה לכל אחד מהם.

4. טל רכב על אופניו מנקודה A לנקודה B.
 את x הק"מ הראשונים עבר במהירות 20 קמ"ש.
 את y הק"מ האחרונים עבר במהירות 15 קמ"ש.
 בסך הכול נסע טל 4.5 שעות.
 בדרך חזרה מ-B ל-A טל רכב על אופניו במהירות 12 קמ"ש
 (לאורך כל הדרך).
 הדרך חזרה ארכה 6 שעות ו-40 דקות.
 חשבו את גודל המרחקים x ו- y .

5. עבור השכרת רכב משלמים סכום קבוע ליום ועוד 0.16 ש"ח לכל 1 ק"מ נסיעה.
 אדם שכר רכב ליום אחד וחישב שעליו לשלם 170 ש"ח.
 בבואו לשלם, התברר לו שהחליטו להוזיל את הסכום הקבוע ב-40%
 והוא נדרש לשלם רק 150 ש"ח.
 מהו המרחק שנסע אדם זה באותו יום?

6. ארזו כמות מסוימת של ספרים בקופסאות זהות בגודלן. אם בכל קופסה היו
 אורזים 10 ספרים יותר, אז אפשר היה לוותר על 6 קופסאות.
 אם בכל קופסה היו אורזים 2 ספרים פחות, אז היו נחוצות 2 קופסאות
 נוספות.
 (א) כמה ספרים ארזו בכל קופסה?
 (ב) כמה ספרים ארזו בסך הכול?

7. שני רוכבי אופניים יצאו בו-זמנית משני מקומות שהמרחק ביניהם 210 ק"מ
 ורכבו זה לקראת זה. הם נפגשו לאחר 5 שעות נסיעה. בזמן שהרוכב הראשון
 עובר 72 ק"מ, הרוכב השני עובר 54 ק"מ. חשבו את המהירות של כל רוכב.

8. היקפו של מלבן גדול ב-20 ס"מ מהצלע הארוכה שלו.
 הצלע הארוכה של המלבן ארוכה פי 3 מהצלע הקצרה שלו.
 מצאו את אורכי צלעות המלבן.

9. סוחר קנה גופיות לכל גופיה היה אותו מחיר. 5 גופיות היו פגומות, והסוחר מכר את חמש הגופיות האלה בסכום כולל של 80 ש"ח ובהפסד של 20% (לעומת מחיר הקניה). את שאר הגופיות מכר הסוחר ברווח של 30%. הרווח הכולל של הסוחר ממכירת כל הגופיות (פגומות ולא פגומות) היה 190 ש"ח. א. כמה שילם הסוחר עבור גופיה אחת? ב. כמה גופיות קנה הסוחר?

10. במפעל לסירים התקבלה הזמנה. ביום הראשון ייצרו רבע מהכמות שהוזמנה. ביום השני ייצרו שליש מהכמות שהוזמנה. ביום השלישי ייצרו 500 סירים. לאחר הספירה התברר כי לא ייצרו את כל הכמות שהוזמנה. מהו המספר הקטן ביותר של סירים שהוזמנו? הסבירו.

11. נתון: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{5}{6}$. $ab = 6$. מצא את הערך של $a + b$.

$$(5) \begin{cases} 0.2x + 0.1y = 0.2 \\ 0.3x - 0.1y - 0.1x = -0.4 \end{cases}$$

$$(6) \begin{cases} x + \frac{1}{2}y = 0 \\ y + \frac{1}{2}x = 0 \end{cases}$$

$$(7) \begin{cases} 4(x+y) = y-5 \\ 2(x+y) = 5(1-y) + 4y \end{cases}$$

תשובות:

$$5) x = -\frac{1}{2}, y = 3 \quad 6) x = 0, y = 0 \quad 7) x = -5, y = 5$$

5. א. פתרו:

$$(1) \begin{cases} 4(x-1) - 5(y+1) = 16 \\ x - 3y = 8 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 2(x-3) + 3(y-1) = -2 \\ 3x + 2y = 13 \end{cases}$$

ב. הסתמכו על סעיף א' ומצאו את פתרון המערכת הבאה (אין צורך לפתור):

$$\begin{cases} 4(x-1) - 5(y+1) = 16 \\ 2(x-3) + 3(y-1) = -2 \end{cases}$$

סטטיסטיקה והסתברות

1. בחברת "היי טק" שבה עובדים 25 מתכנתים קיימות שלוש דרגות שכר חודשי:

13,000 ש"ח, 12,000 ש"ח, ו-14,000 ש"ח.

השכר החודשי הממוצע של כל 25 המתכנתים הוא 12,800 ש"ח.

ידוע כי 11 מהמתכנתים משתכרים 12,000 ש"ח לחודש כל אחד.

א. מצאו כמה מהמתכנתים משתכרים כל אחד 14,000 ש"ח בחודש.

ב. אם בוחרים באקראי עובד אחד, מהי הסתברות שמשכורתו קטנה מ-14,000 ש"ח?

ג. החברה החליטה לצרף מספר עובדים חדשים, שחלקם ישתכרו 12,000 ש"ח בחודש וחלקם ישתכרו 13,000 ש"ח בחודש. מטרת החברה לא לשנות את השכר הממוצע. מהו היחס בין מספר העובדים החדשים שמשכורתם

12,000 ש"ח, לבין מספר העובדים החדשים שמשכורתם 13,000 ש"ח? רשמו הסבר או חישוב.

בקופסה יש 8 פתקים ועליהם רשומים מספרים שלמים מ-1 עד 8. כל מספר רשום פעם אחת. מוציאים פתק באופן אקראי.

רשמו מאורעות שיתאימו לכל אחת מהסתברויות הבאות.

- א. הסתברות $\frac{1}{2}$ ב. הסתברות 1
ג. הסתברות 0 ד. הסתברות $\frac{1}{4}$

3.

לפניכם קבוצה של ארבעה מספרים: 5, 7, 14, 18.
לקבוצה מוסיפים מספר נוסף x , המקיים $7 < x < 14$.
מצאו את x , אם נתון שהממוצע של חמשת המספרים (ארבעת המספרים הנתונים ו- x) שווה לחציון שלהם.

4.

לפניכם קבוצה של חמישה מספרים: 8, 13, x , 20, 23.
א. הביעו את הממוצע באמצעות x .
ב. הביעו את החציון באמצעות x .
ג. מצאו את x , אם נתון שהממוצע של חמשת המספרים שווה לחציון שלהם.

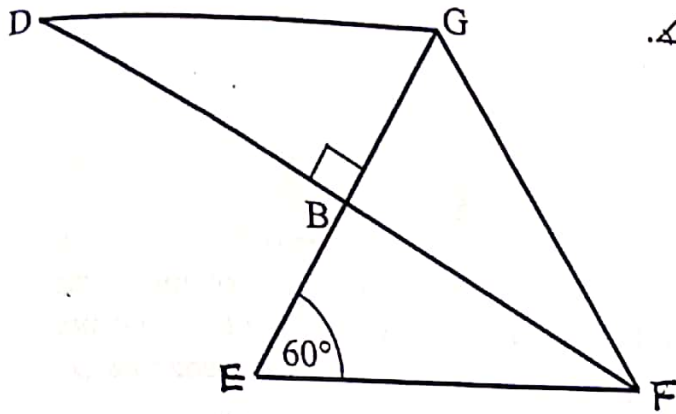
5.

בטבלה שלפניכם מתוארת התפלגות הציונים של תלמידים בכיתה מסוימת במקצוע אנגלית.

הציון	10	9	8	7	6	5	4
מספר התלמידים	x	5	6	4	7	7	2

השכיחות היחסית של התלמידים, שקיבלו ציון 7, היא 10%.

- א. כמה תלמידים בכיתה?
ב. מהו מספר התלמידים שקיבלו ציון 10?
ג. מה הציון השכיח?
ד. מהו חציון הציונים?
ג. מהו הציון הממוצע בכיתה?
ד. מהי השכיחות היחסית של התלמידים שקיבלו ציון 76?



1. בשרטוט נתון כי $EF \parallel DG$, ו-EG חוצה את הזווית $\angle DGF$.

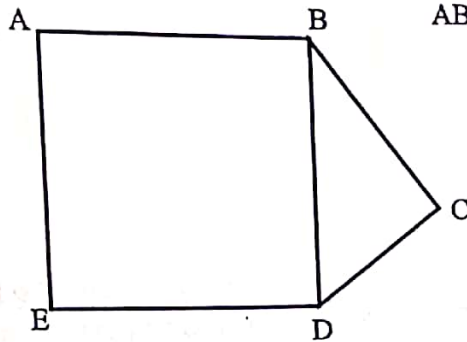
כמו כן נתון כי: $\angle GBD = 90^\circ$ ו- $\angle GEF = 60^\circ$.

א. איזה סוג של משולש הוא $\triangle EGF$?

ב. איזה סוג של משולש הוא $\triangle DGF$?

ג. האם המשולשים $\triangle DBG$ ו- $\triangle FBE$ חופפים זה לזה?

אם כן, הוכיחו את החפיפה. אם לא, הסבירו מדוע לא.



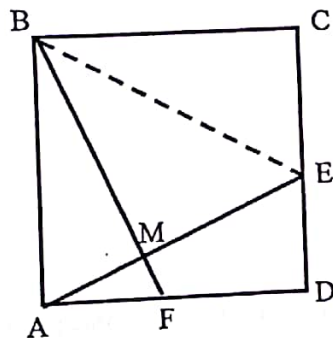
2. לפניכם שרטוט של מחומש ABCDE המורכב מריבוע ABDE וממשולש ישר-זווית BCD.

נתון: $BC = 7$ ס"מ, $CD = 5$ ס"מ.

א. מה שטח הריבוע ABDE?

ב. מה שטח המחומש ABCDE?

ג. מה היקף המחומש ABCDE?



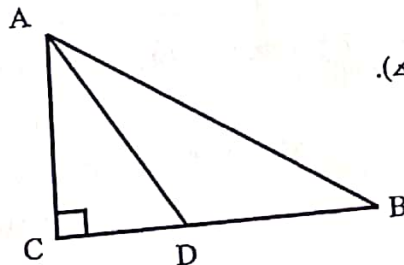
3. בריבוע ABCD נתון: $CE = DF$.

א. הוכיחו: $\angle CEM + \angle CBM = 180^\circ$.

ב. נתון בנוסף: $ME = \frac{1}{2} BE$, $CE = DF$.

הוכיחו: $\angle BEM = 60^\circ$.

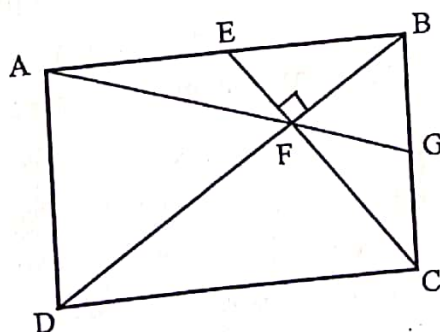
4. במשולש ישר זווית אחת הזוויות החדות היא בת 30° . חשבו את היחס בין הגובה ליתר לבין היתר ליתר.



5. BD חוצה הזווית B במשולש ישר זווית ABC ($\angle C = 90^\circ$).

נתון: $\angle P = 30^\circ$, $CD = x$.

הביעו את BC באמצעות x.



6. במלבן ABCD, נקודה E היא אמצע הצלע AB.

CE מאונך לאלכסון BD וחותך אותו בנקודה F.

המשך AF חותך את הצלע BC בנקודה G.

א. הוכיחו כי $S_{ADFC} = 4S_{ABFE}$.

ב. הוכיחו: $\triangle AFD : \triangle GFB$. מהו יחס הדמיון?

ג. הוכיחו כי $FG = BG$.

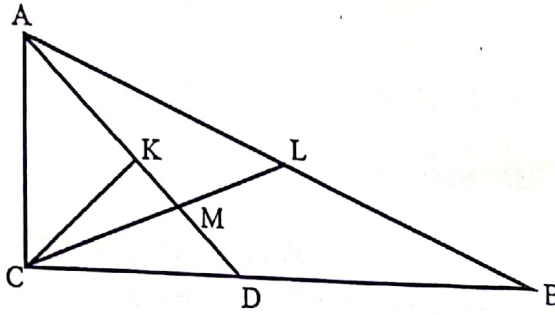
7. $\triangle ABC$ משולש ישר זווית ($\angle C = 90^\circ$)
 CL תיכון ליתר AB, CK תיכון ליתר AD.
 $AC = CD$, $AD = DB$

הוכיחו:

א. $DL \perp AB$

ב. CM חוצה זווית $\angle KCD$

ג. $\triangle KCM : \triangle LBD$

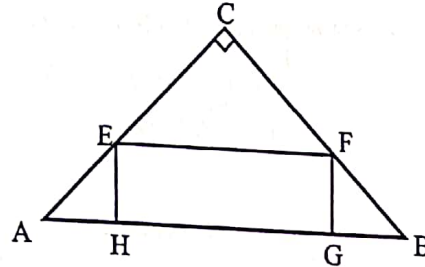


8. משולש ABC הוא ישר זווית ושווה שוקיים.

FGHE הוא מלבן.

נתון: $AB = 20$ ס"מ, $EF = 3EH$

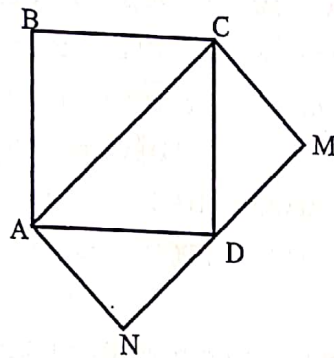
חשבו את היקף ושטח המלבן FGHE.



9. ABCD הוא ריבוע שעל אלכסונו בנו מלבן כמתואר בסרטוט.

א. הראו כי רוחב המלבן (CM) שווה למחצית אלכסון הריבוע.

ב. הוכיחו כי שטח הריבוע שווה לשטח המלבן.



10. לבנה מלבנית שמימדי בסיסה 26 ס"מ ו-13 ס"מ,

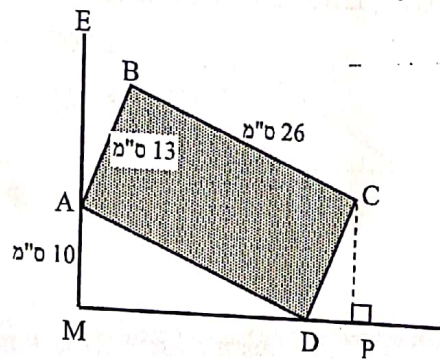
נשענת על קיר אנכי בנקודה A, הנמצאת 10 ס"מ

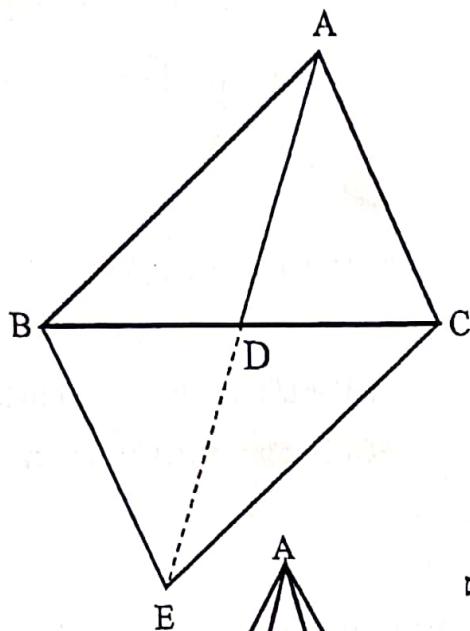
מעל הקרקע. (ראו ציור)

א. באיזה גובה מעל הקרקע נמצאת נקודה C?

ב. מהי הזווית הנוצרת בין הצלע הקצרה של

הלבנה לקיר ($\angle EAB$)?





9. AD הוא תיכון לצלע BC במשולש $\triangle ABC$.

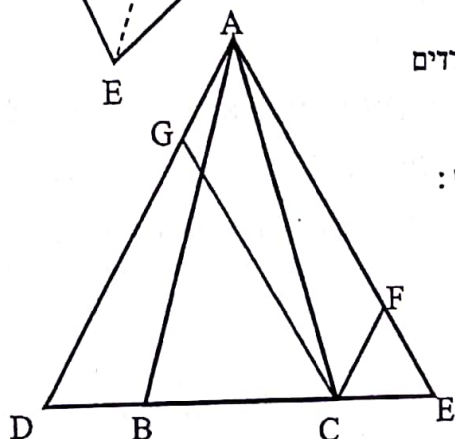
א. הוכיחו כי למשולשים ABD ו-ACD שטחים שווים.

ב. האריכו את הקטע AD כאורכו ($AD = ED$)

ואת הנקודה E חיברו עם הנקודות B ו- C.

הוכיחו כי: (1) $EB \parallel AC$

(2) $CE = AB$



10. את הבסיס BC של משולש שווה שוקיים ABC האריכו משני הצדדים

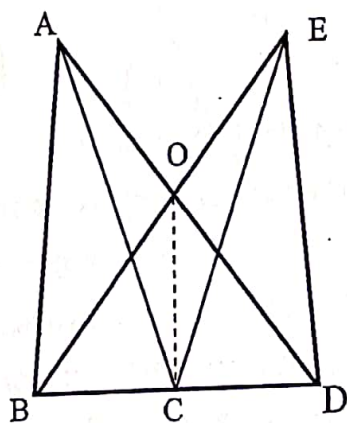
על ידי קטעים שווים $CE = BD$, ואת הנקודות D ו- E חיברו עם

הנקודה A. F ו- G נקודות על הקטעים AE ו- AD בהתאמה, כך ש:

$AG = CF$ וגם $AD \parallel CF$.

א. הוכיחו כי: $\angle FCG = \angle DAE$

ב. הוכיחו כי: $\angle GDC = \angle GCD$



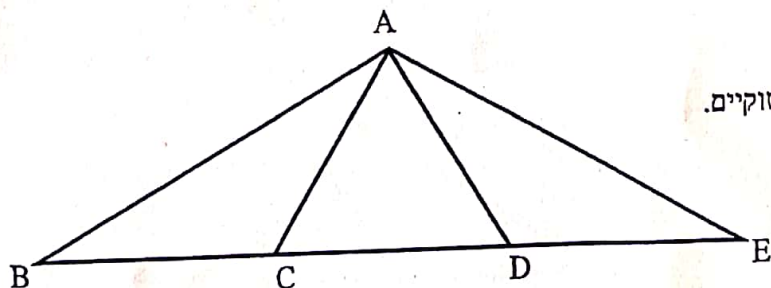
11. הקטעים EB ו- AD שווים באורכם ונחתכים בנקודה O.

$\angle ADB = \angle EBC$.

הנקודה C היא אמצע הקטע BD.

א. הוכיחו כי $EC = AC$.

ב. הוכיחו כי $OC \perp BD$.



12. הנקודות B, C, D, E נמצאות על אותו ישר.

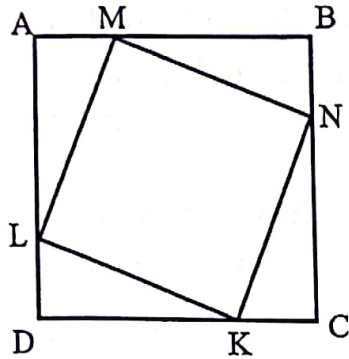
4 ס"מ $BC = CD = DE = AC = AD = m$.

א. הוכיחו כי $\triangle ABE$ הוא משולש שווה שוקיים.

ב. נתון: $AB = 6.9$ ס"מ.

ג. מצאו את שטח המשולש ABD.

5. בריבוע ABCD חסום ריבוע MNKL.



א. הוכיחו כי כל המשולשים אשר נוצרו הם חופפים.

ב. הוכיחו: $S_{\Delta AML} = \frac{S_{ABCD} - S_{MNKL}}{4}$

6. במלבן ABCD נתון:

$$AB = 2AD$$

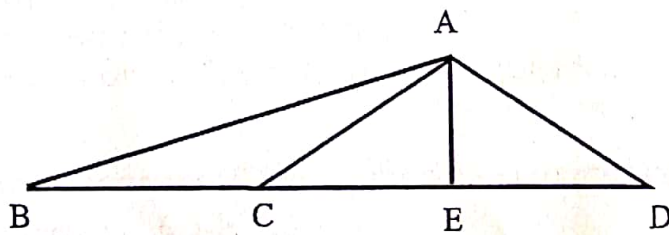
הנקודה E היא אמצע AB, הנקודה F היא אמצע DE.

א. הוכיחו כי ΔAFE - משולש שווה שוקיים.

ב. פי כמה גדול שטח המלבן ABCD משטח המשולש AFE.

ג. בחרו את הטענה הנכונה בהכרח ונמקו את בחירתכם:

- ΔADF הוא משולש שווה צלעות
- ΔDEC הוא משולש שווה צלעות.
- המשך הקטע AF חוצה את הקטע CD
- $EB = EC$



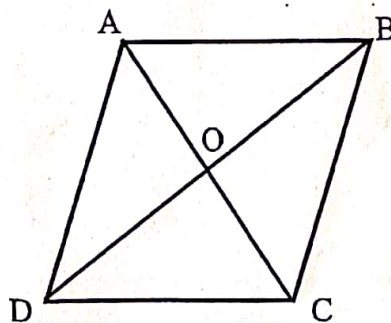
7. בסרטוט שלפניכם הנקודות B, C, D ו-E נמצאות על אותו ישר.

נתון: $AE \perp BD$, $AD = AC = BC$

הוכיחו כי שטח המשולש ABC גדול משטח המשולש ADE.

8. בסרטוט שלפניכם מרובע בעל 4 צלעות שוות. AC ו-BD אלכסוני המרובע הנפגשים בנקודה O.

הוכיחו:



א. AC חוצה זווית $\angle BAD$.

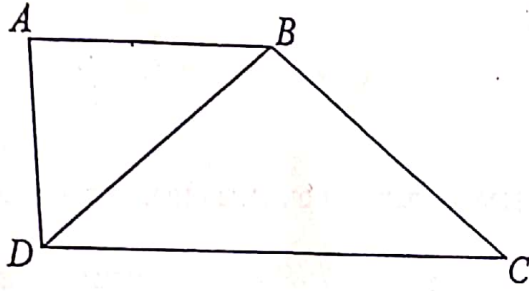
ב. $AC \perp BD$

ג. $\angle DCB = \angle BAD$

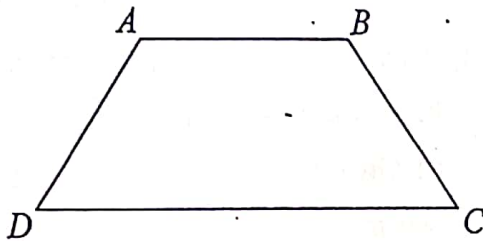
ד. $CD \parallel AB$

ה. $S_{\Delta AOD} = \frac{1}{4} S_{ABCD}$

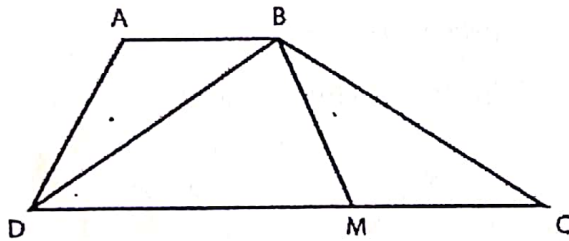
הטרפז



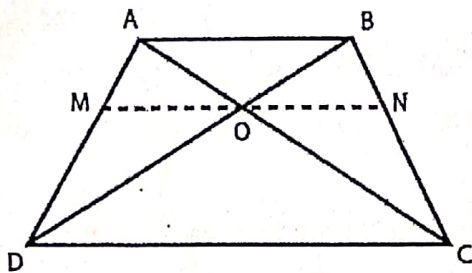
5. בטרפז ישר הזווית ABCD ($AB \parallel CD$) נתון:
- א. $\angle BDC = \angle BCD$, $BD = 15$ ס"מ, $AB = 12$ ס"מ. חשב את היקף הטרפז.
 - ב. חשב את שטח הטרפז.
 - ג. הנקודה M נמצאת על הבסיס CD. חשב את השטח המשולש $\triangle ABM$.



6. בטרפז שווה השוקיים ABCD ($AB \parallel CD$) נתון:
- א. הזווית $\angle BAD$ גדולה ב- 70° מהזווית $\angle BCD$. חשב את הזווית $\angle ABC$.
 - ב. העבר את האלכסון BD. נתון שהאלכסון BD חוצה את הזווית $\angle ADC$. הוכח: $AD = AB$.



7. בטרפז ABCD הנקודה M נמצאת על הבסיס CD. האלכסון BD חוצה את הזווית $\angle ADC$. נתון: $BM = CM$, $CB = BD$.
- א. הוכח: הטרפז ABMD שווה שוקיים.
 - ב. נתון: $\angle DBM = 75^\circ$. חשב את זוויות הטרפז ABCD.
 - ג. נתון: $AB = 7$ ס"מ. חשב את אורך הקטע CM.



8. (*) אלכסוני הטרפז ABCD שווה השוקיים נחתכים בנקודה O.
- א. הוכח: $\angle BDC = \angle ACD$.
 - ב. דרך הנקודה O העבירו את הישר MN המקביל לבסיסי הטרפז. הוכח: המרובע ABNM הוא טרפז שווה שוקיים.
 - ג. הוכח: $MO = NO$.