

עבודה מומלצת לחופשת הקיץ 2021
תלמידים העולים לכיתה יא' - הקבצת 5 יחידות (שאלון 581)



מצורפת עבודת הקיץ המומלצת מהספר בהוצאת ארכימדס:
"הכנה לבחינות הבגרות במתמטיקה - שאלון 581 - מהדורת 2020-2021"

לעבודה נבחרו נושאי כיתה י' שהם רלבנטיים למבחן פתיחת השנה בכיתה יא' בשאלון 581. העבודה מתמקדת בשאלות מפרקי ההקניה בתחילת הספר, המשקפים את הרמה הנדרשת בסיום כיתה י'.

ליד כל נושא מופיע מספרי העמוד והשאלה:

בעיות מילוליות – בעיות תנועה

מומלץ לרענן את הזיכרון בקריאת ההסברים והדוגמאות בעמודים 8-9 לפתור בספר מעמ' 9 : 1, 2, 4, 5, 7

גיאומטריה - משפטי תאלס, חוצה זווית, דמיון משולשים ומעגל:

מומלץ לרענן את הזיכרון בקריאת רשימת המשפטים בספר בעמודים: 65-74.
ללא מעגל: מעמ' 75 : 1, 3, 5, 10, 13, 17, 25. **כולל מעגל:** מעמ' 84 : 1, 3, 4, 8, 11, 13, 14.
שני תרגילים מסכמים: בעמוד 82 ובעמוד 88

חקירות פונקציה:

- **פונקציה פולינום:** מומלץ לרענן את הזיכרון בקריאת ההסברים בעמ' 102-106 לפתור בחוברת העבודה המצורפת בהמשך הקובץ : עמ' 10, 11, 12
 עמ' 21 (1 עד 7 עמ' 23) תרגיל חשיבה מרובה סעיפים
- **פונקציה רציונאלית (מנה):** מומלץ לרענן את הזיכרון בקריאת ההסברים בעמ' 107-109. לפתור בספר מעמ' 110 (1, 2, 3, 5, 6, 8). לפתור בעמ' 118 את התרגיל מרובה סעיפי החשיבה.
- **גרף הנגזרת:** מומלץ לרענן את הזיכרון בקריאת ההסברים בעמ' 106 לפתור בחוברת העבודה המצורפת בהמשך הקובץ :
 מעמוד 25 (1, 2, 4, 5, 8, 10, 11, 12, 15 עמ' 29) כולל

בעיות קיצון: לאחר קריאת ההסברים בספר ארכימדס 581 בעמ' 147-148 יש לפתור בספר:

- **פונקציית פולינום:** גרפים: 1 (149)
- **פונקציית מנה:** גרפים: 2 (149), 3 (323), 8 (גיאומטריות: 11, 14)
- **טריגונומטריה במישור:** מומלץ לרענן את הזיכרון בקריאת ההסברים בעמ' 89-90 לפתור בספר מעמ' 91 (1, 2).

בנוסף, לפתור את עשר השאלות המופיעות בעמודים הבאים.

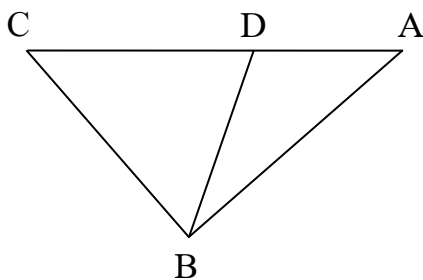
בהצלחה!

פרטים לגבי הזמנה מרוכזת לבית הספר בקישור: <https://bit.ly/2RjQs7g>.
את ההזמנה בפועל ניתן לבצע בטלפון: 052-2285566 או במייל: archimedes100@gmail.com.

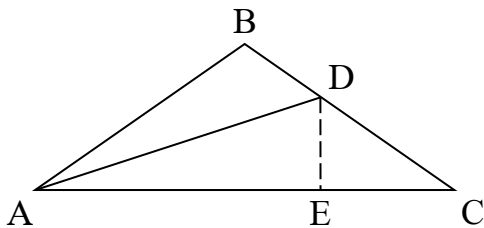
ניתן להזמין ספר הביתה עם שליח באתר ארכימדס בקישור: <https://bit.ly/3ndOdNg>.

לרכישת עותק דיגיטלי מוזל של ספרי ההכנה לבגרות של ארכימדס באתר Classoos בקישור:
<https://my.classoos.com/il/search/store> (הזמנה מתאפשרת רק ממחשב, לא מסלולארי)

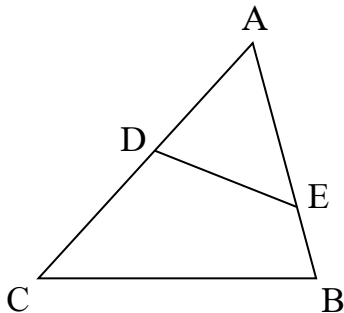
שאלות נוספות לתרגול בטריגונומטריה:



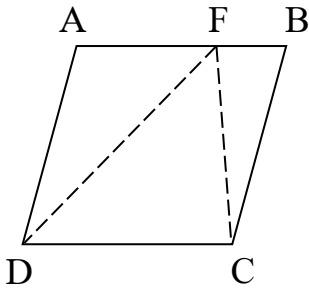
1. הנקודה D נמצאת על הצלע AC במשולש $\triangle ABC$. שטחו של המשולש $\triangle BCD$ הוא 8 סמ"ר. נתון: $\angle BAC = 41^\circ$, $BD = 4$ ס"מ, $CD = 5$ ס"מ. חשב את:
 - א. גודל הזווית $\angle BDC$.
 - ב. אורך הקטע AB.
 - ג. שטח המשולש $\triangle ABD$.
 - ד. שטח המשולש $\triangle ABC$.



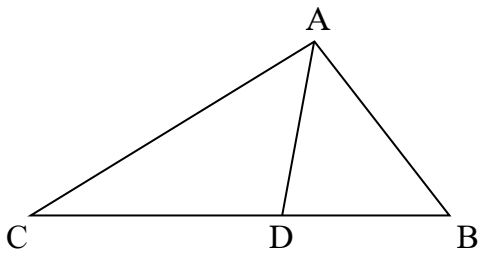
2. הישר AD הוא חוצה זווית במשולש $\triangle ABC$ שווה השוקיים ($AB = BC$) ששטחו 45 סמ"ר. במשולש $\triangle ACD$ הקטע DE הוא גובה. נתון: $\angle ABC = 110^\circ$. חשב את:
 - א. שטח המשולש $\triangle ADE$.
 - ב. היקף המשולש $\triangle ADE$.
 - ג. היקף המשולש $\triangle ABD$.



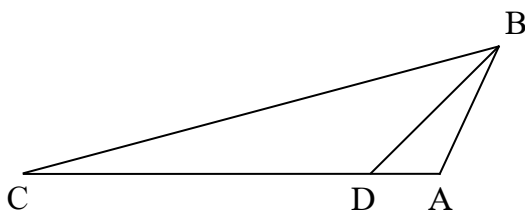
3. הנקודות D ו-E נמצאות על צלעות המשולש $\triangle ABC$ כמתואר בשרטוט. נתון: $AD = 4$ ס"מ, $AE = 6$ ס"מ, $DE = 5$ ס"מ.
 - א. מצא את גודל הזווית $\angle ADE$.
 - ב. נתון: $AE = 2BE$. הנקודה D היא אמצע AC.
 1. חשב את אורך הצלע BC.
 2. חשב את שטח המשולש $\triangle ABC$.



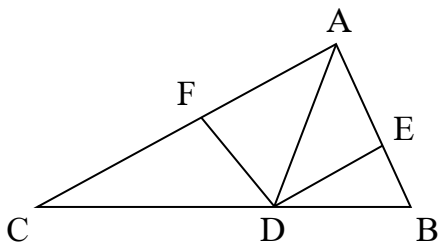
4. הנקודה F נמצאת על הצלע AB במעוין ABCD.
 נתון: $AF = 2BF$, $\angle ABC = 75^\circ$.
 א. חשב את הזווית $\angle CFD$.
 ב. נתון: שטח המשולש $\triangle CDF$ הוא 17 סמ"ר.
 חשב את היקף המעוין.



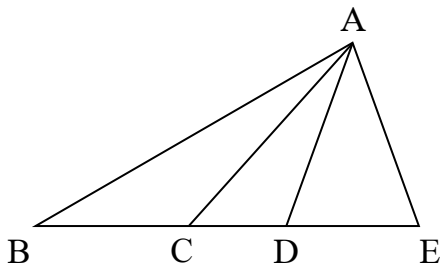
5. הנקודה D נמצאת על הצלע BC במשולש $\triangle ABC$.
 נתון: $BC = 4m$, $AC = 3m$, $AB = 2m$.
 א. מצא את גודל הזוויות $\angle BAC$ ו- $\angle ABC$.
 ב. נתון ש-AD הוא חוצה זווית במשולש $\triangle ABC$.
 1. חשב את גודל הזווית $\angle BAD$.
 2. הבע באמצעות m את אורך חוצה הזווית AD.



6. הנקודה D נמצאת על הצלע AC במשולש $\triangle ABC$.
 נתון: $AB = 2a$, $AD = a$, $\angle BAC = 115^\circ$.
 א. הבע באמצעות a את אורך הקטע BD.
 ב. מצא את גודל הזווית $\angle ADB$.
 ג. נתון: $CD = 6a$. הבע באמצעות a את אורך הצלע BC.
 ד. נתון: היקף המשולש $\triangle ABC$ הוא 23 ס"מ. חשב את שטחו.



8. הקטע AD הוא חוצה זווית במשולש $\triangle ABC$. הקטעים DE ו-DF הם בהתאמה חוצי זוויות במשולשים $\triangle ABD$ ו- $\triangle ACD$.
 נתון: $BE = 4$ ס"מ, $DE = 6$ ס"מ, $BD = 7$ ס"מ. חשב את:
 א. גודל הזווית $\angle AED$.
 ב. אורך חוצה הזווית AD.
 ג. שטח המשולש $\triangle ADF$.



9. הנקודות C ו-D נמצאות על הצלע BE במשולש $\triangle ABE$.

הקטע AC חוצה את הזווית $\angle BAD$.

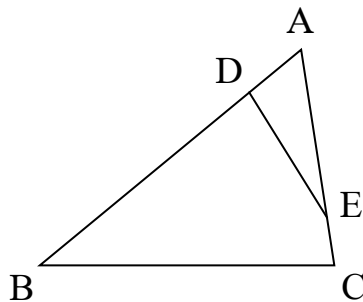
נתון: $AD = AE$, $DE = 5$ ס"מ, $\angle AED = 70^\circ$.

א. חשב את אורך הקטע AD.

ב. נתון: $CD = 3$ ס"מ. חשב את:

1. הזווית $\angle CAD$.

2. שטח המשולש $\triangle ABC$.



10. הנקודות D ו-E נמצאות על צלעות המשולש $\triangle ABC$ כמתואר בשרטוט.

נתון: $AE = 8a$, $CE = 2a$, $BC = 14a$, $AD = 3a$, $BD = 13a$.

א. הבע באמצעות a את אורך הקטע DE.

ב. נתון: היקף המשולש $\triangle ADE$ הוא 36 ס"מ.

חשב את שטח המשולש $\triangle BDE$.

תשובות:

(1) א. 53.13° . ב. 4.88 ס"מ. ג. 2.05 סמ"ר. ד. 10.05 סמ"ר.

(2) א. 19.22 סמ"ר. ב. 26.11 ס"מ. ג. 25.06 ס"מ.

(3) א. 82.82° . ב. 1. 8 ס"מ. 2. 29.76 סמ"ר.

(4) א. 48.19° . ב. 23.76 ס"מ.

(5) א. $\angle BAC = 104.48^\circ$, $\angle ABC = 46.57^\circ$. ב. 1. 52.24° . 2. 1.47m.

(6) א. $2.59a$. ב. 44.36° . ג. $8.06a$. ד. 11.56 סמ"ר.

(7) א. 93.58° . ב. 7.64 ס"מ. ג. 19.63 סמ"ר.

(8) א. 7.31 ס"מ. ב. 1. 18.68° . 2. 17.95 סמ"ר.

(9) א. $DE = 7a$. ב. 180.13 סמ"ר.

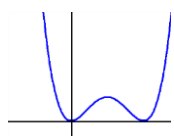
חקירת פונקציית פולינום

10. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^4 - 12x^3 + 36x^2$.
- א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
 1. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 2. נקודות החיתוך עם הצירים.
 3. תחומי העליה והירידה.
 - ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ג. מצא עבור אילו ערכי k חותך הישר $y = k$ את גרף הפונקציה $f(x)$ בשלוש נקודות. נמק.

11. נתונה הפונקציה: $f(x) = 3x^4 - 8x^3$.
- א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
 1. נקודות הקיצון ואת סוגן (במידה ומצאת נקודת פיתול - ציין אותה).
 2. נקודות החיתוך עם הצירים.
 3. תחומי העליה והירידה.
 - ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$. במידה ומצאת נקודת פיתול - התייחס אליה בשרטוט.
 - ג. מצא עבור אילו ערכי p למשוואה $f(x) = p$ אין פתרונות. נמק.
 - ד. הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = 2 \cdot f(x)$. מצא את נקודות הקיצון של $g(x)$ ואת סוגן.

12. נתונה הפונקציה: $f(x) = 5x^7 - 7x^5$.
- א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
 1. נקודות הקיצון ואת סוגן (במידה ומצאת נקודת פיתול - ציין אותה).
 2. נקודות החיתוך עם הצירים.
 3. תחומי העליה והירידה.
 - ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$. במידה ומצאת נקודת פיתול - התייחס אליה בשרטוט.
 - ג. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.
 - ד. הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = -f(x)$. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ ואת סוגן.

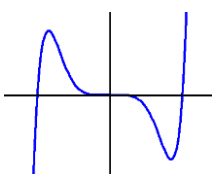
פתרונות:



- 10 א. 1. $\min(0,0), \max(3,81), \min(6,0)$. 2. $(6,0), (0,0)$.
 3. עולה: $6 < x$ או $0 < x < 3$; יורדת: $3 < x < 6$ או $x < 0$.
 ב. השרטוט משמאל. ג. $k = 81$.



- 11 א. 1. $\min(2,-16)$. קיימת נקודת פיתול $(0,0)$. 2. $(0,0), (2, \frac{2}{3})$.
 3. עולה: $2 < x$; יורדת: $x < 2$. ב. השרטוט משמאל.
 ג. $p < -16$. ד. $\min(2,-32)$.



- 12 א. 1. $\max(-1, 2), \min(1, -2)$. קיימת נקודת פיתול $(0,0)$.
 2. $(-1.18, 0), (0,0), (1.18, 0)$. 3. עולה: $1 < x$ או $x < -1$; יורדת: $-1 < x < 1$.
 ב. השרטוט משמאל.
 ג. חיוביות: $1.18 < x$ או $-1.18 < x < 0$; שליליות: $0 < x < 1.18$ או $x < -1.18$.
 ד. $\min(-1, -2), \max(1, 2)$.

חקירת פונקציית פולינום - כולל פרמטר

1. נתונה הפונקציה: $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + ax$. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה בה $x = 3$ הוא 12.
 - א. מצא את ערכו של הפרמטר a.
 - ב. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
 1. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 2. נקודות החיתוך עם הצירים.
 3. תחומי העליה והירידה.
 - ג. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ד. מצא כמה פתרונות יש למשוואה: $f(x) = 4.5$. נמק.

2. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = ax^4 + (a-9) \cdot x^2 - 9$ בנקודה בה $x = -1$ קטן פי חמישה משיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה בה $x = 3$.
 - א. מצא את ערכו של הפרמטר a.
 - ב. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
 1. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 2. נקודות החיתוך עם הצירים.
 3. תחומי העליה והירידה.
 - ג. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ד. מצא כמה פתרונות יש למשוואה: $f(x) = -12$.
 - ה. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

3. הערך המקסימלי של הפונקציה: $f(x) = -x^4 + 4p^3x$ הוא 3.
 - א. מצא את ערכו של הפרמטר החיובי p.
 - ב. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
 1. נקודות החיתוך עם הצירים.
 2. תחומי העליה והירידה.
 - ג. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ד. נתונות המשוואה הראשונה: $-x^4 + 4x = 24$ והשנייה: $-x^4 + 4x = 1$. קבע לאיזו מהמשוואות יש יותר פתרונות. נמק.

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + bx + 16$. נתון: $f(2) = 20$.
 - א. מצא את ערכו של הפרמטר b.
 - ב. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
 1. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 2. תחומי העליה והירידה.
 3. נקודת החיתוך עם ציר ה-y.
 - ג. הוכח: גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה $(-0.5, 0)$.
 - ד. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - 3m^2x$.
 - א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ הבע באמצעות הפרמטר החיובי m, במידת הצורך, את:
 1. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 2. תחומי העליה והירידה.
 3. נקודת החיתוך עם הצירים.
 - ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ג. נתון: שיפוע הישר העובר דרך שתי נקודות הקיצון של גרף הפונקציה הוא -8. מצא את m.

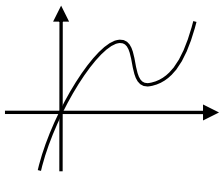
6. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - 12px^2 + 36p^2x$.

- א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ הבע באמצעות הפרמטר החיובי p , במידת הצורך, את:
1. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 2. תחומי העלייה והירידה.
 3. נקודת החיתוך עם הצירים.
 - ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ג. נתון: למשוואה: $f(x) = 32$ יש שני פתרונות. מצא את ערכו של הפרמטר p .

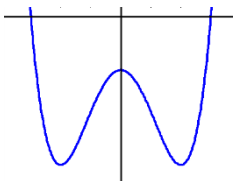
7. נתונה הפונקציה: $f(x) = mx^3 - 6mx^2 + 9mx$, $(0 < m)$.

- א. הבע באמצעות m , במידת הצורך, את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה ואת סוגן.
- ב. נתון שנקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$ ונקודת הקיצון של הפונקציה $g(x) = x^2 - 2mx$ הן בעלות אותו שיעור x . חשב את המרחק בין שתי נקודות אלו.

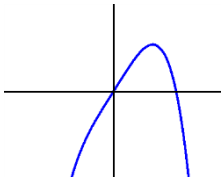
פתרונות:



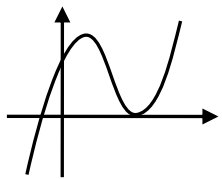
1. א. $a = 12$. ב. 1. $\max(1,5), \min(2,4)$.
 2. $(0,0)$. 3. עולה: $2 < x$ או $x < 1$; יורדת: $1 < x < 2$.
 ג. השרטוט משמאל. ד. שלושה.



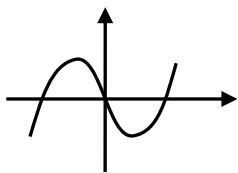
2. א. $a = 1$. ב. 1. $\min(-2, -25), \max(0, -9), \min(2, -25)$.
 2. $(-3,0), (0,-9), (3,0)$. 3. עולה: $2 < x$ או $-2 < x < 0$; יורדת: $0 < x < 2$.
 ג. השרטוט משמאל. ד. ארבעה. ה. חיובית: $3 < x$ או $x < -3$; שלילית: $-3 < x < 3$.



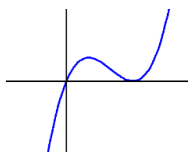
3. א. $p = 1$. ב. 1. $(0,0), (1.59,0)$. 2. עולה: $x < 1$; יורדת: $1 < x$.
 ג. השרטוט משמאל. ד. למשוואה השנייה.



4. א. $b = 24$. ב. 1. $\max(1,27), \min(4,0)$.
 2. עולה: $4 < x$ או $x < 1$; יורדת: $1 < x < 4$. 3. $(0,16)$.
 ד. השרטוט משמאל.



5. א. 1. $\max(-m, 2m^3), \min(m, -2m^3)$.
 2. עולה: $m < x$ או $x < -m$; יורדת: $-m < x < m$.
 3. $(0,0), (-\sqrt{3}m, 0), (\sqrt{3}m, 0)$. ב. השרטוט משמאל. ג. $m = 2$.



6. א. 1. $\max(2p, 32p^3), \min(6p, 0)$.
 2. עולה: $6p < x$ או $x < 2p$; יורדת: $2p < x < 6p$. 3. $(0,0), (6p,0)$.
 ב. השרטוט משמאל. ג. $p = 1$.

7. א. $\max(1, 4m), \min(3,0)$. ב. 5 יח' אורך.

חקירת פונקציית פולינום - סעיפי חשיבה מיוחדים

שימו לב!

מטרתו של עמוד זה היא תרגול יסודי בסוגים שונים של סעיפי חשיבה המתלווים לחקירת הפונקציה. לאחר חקירת הפונקציה בסעיפים א'-ה' הסטנדרטיים, תופיע סדרה ארוכה של סעיפי חשיבה המתייחסים לחקירה שבוצעה. **מרבית הסעיפים נפתרים תוך שימוש והבנה של גרף הפונקציה $f(x)$ שכבר שרטטנו, ואינם דורשים חישובים מורכבים ויוצאי דופן כפי שנראה במבט ראשון.**

סעיפי החקירה הבסיסית:

א) חקור את הפונקציה: $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$ לפי הסעיפים הבאים:

1. תחום הגדרה.
 2. נקודות החיתוך עם הצירים.
 3. נקודות הקיצון וסוגן.
- ב) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

סעיפי חקירה מתקדמים המתייחסים לחקירה שכבר בוצעה:

- ג) מצא עבור אילו ערכי x :
1. מתקיים עבור גרף הפונקציה: $f(x) > 0$.
 2. מתקיים עבור הנגזרת: $f'(x) < 0$.
- ד) מבלי לפתור ישירות את המשוואה, מצא כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = 100$.
- ה) מצא עבור אילו ערכי m , לישר $y = m$ יהיו ארבע נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $f(x)$.
- ו) מצא עבור אילו ערכי k , למשוואה $f(x) = k$ יהיו שלושה פתרונות.
- ז) מצא עבור אילו ערכי p , הישר $y = p$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.
- ח) מצא עבור אילו ערכי n , הישר $x = n$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה הנמצאת על אחד הצירים.

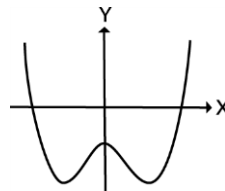
סעיפי חקירה מתקדמים המתייחסים להגדרת פונקציה חדשה:

- ט) מגדירים פונקציה חדשה: $g(x) = -f(x)$.
1. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 2. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $g(x)$.
 3. מצא עבור אילו ערכי k , הישר $y = k$ אינו חותך את גרף הפונקציה $g(x)$.
- י) מגדירים פונקציה חדשה: $h(x) = 2 \cdot f(x)$.
1. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$.
 2. מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה $h(x)$ בשתי נקודות שונות.
 3. חשב את שטח המשולש שקודקודיו הם נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $h(x)$.
- יא) מגדירים פונקציה חדשה: $p(x) = f(x) + 9$.
1. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $p(x)$.
 2. מצא כמה פתרונות יש למשוואה $p(x) = 0$.
- יב) מגדירים פונקציה חדשה: $n(x) = |p(x)|$.
1. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $n(x)$.
 2. מצא כמה נקודות קיצון יש לגרף הפונקציה $n(x)$.

חקירת פונקציית פולינום - סעיפי חשיבה מיוחדים (פתרונות)

פתרונות:

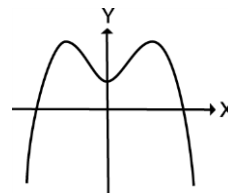
א. 1) כל x . 2) $(-3, 0)$, $(3, 0)$, $(0, -9)$. 3) $\min(2, -25)$, $\max(0, -9)$, $\min(-2, -25)$.
 ב. השרטוט:



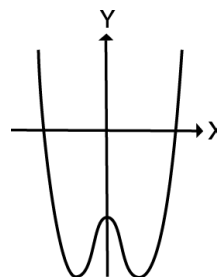
- ג. 1) $3 < x$ או $x < -3$. 2) $0 < x < 2$ או $x < -2$.
- ד. שניים.
- ה. $-25 < m < -9$.
- ו. $k = -9$.
- ז. $p = -9, -25$.
- ח. $n = -3, 0, 3$.

סעיפי חקירה מתקדמים המתייחסים להגדרת פונקציה חדשה:

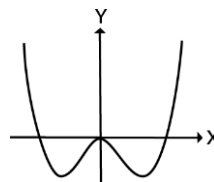
ט. 1) השרטוט: 2) $\max(-2, 25)$, $\min(0, 9)$, $\max(2, 25)$. 3) $k > 25$.



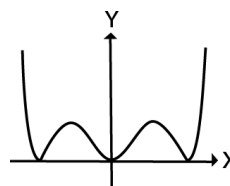
י. 1) השרטוט: 2) $y = -50$. 3) 64 יח"ר.



יא. 1) השרטוט: 2) שלושה.

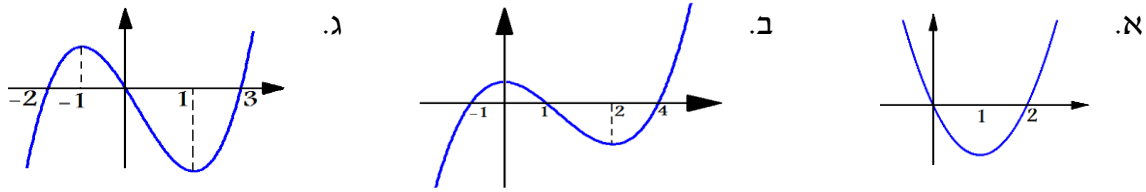


יב. 1) השרטוט: 2) חמש.

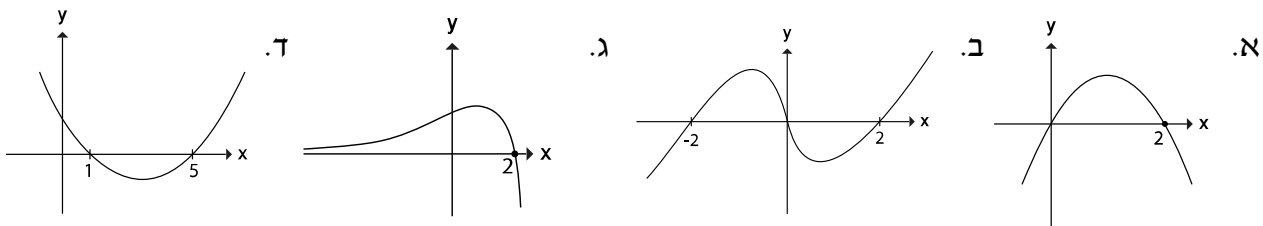


הקשר בין גרף הפונקציה לבין גרף הנגזרת - תרגול

1. בתרגילים הבאים מופיע גרף הנגזרת $f'(x)$. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוג נקודות הקיצון (max או min):

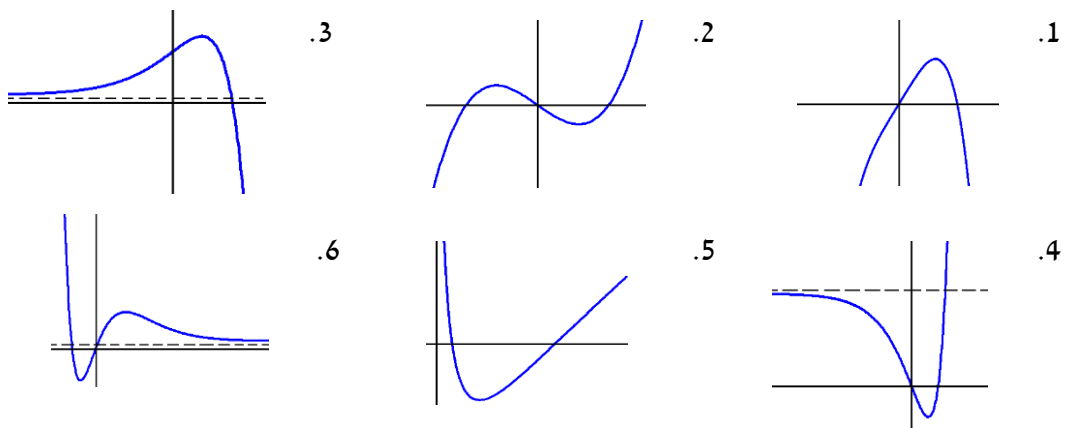


2. בתרגילים הבאים מופיע גרף הנגזרת $f'(x)$. מצא את תחומי העליה והירידה של גרף הפונקציה $f(x)$:

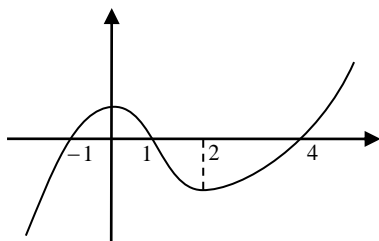


3. נתונים שישה גרפים של הנגזרת $f'(x)$ וארבעה תיאורים מילוליים של גרף הפונקציה $f(x)$. עליך לקבוע עבור כל תיאור לאיזה מהשרטוטים הוא עשוי להתאים:

- תיאור א': לפונקציה $f(x)$ יש נקודת מקסימום ששיעור ה- x שלה הוא -3.
- תיאור ב': לפונקציה $f(x)$ נקודת מינימום ששיעור ה- x שלה 6 ונקודת מקסימום ששיעור ה- x שלה 2.
- תיאור ג': לפונקציה $f(x)$ יש נקודת מינימום על ציר ה- y (שתי אפשרויות).
- תיאור ד': לפונקציה $f(x)$ נקודת מינימום ששיעור ה- x שלה 4 ונקודת מינימום ששיעור ה- x שלה -4.



- פתרונות: (1 א.** נקודת מינימום כאשר: $x = 2$. נקודת מקסימום כאשר: $x = 0$.
ב. נקודת מינימום כאשר: $x = -1$ וכאשר $x = 4$. נקודת מקסימום כאשר: $x = 1$.
ג. נקודת מינימום כאשר: $x = -2$ וכאשר $x = 3$. נקודת מקסימום כאשר: $x = 0$.
(2 א. עולה: $0 < x < 2$, יורדת: $x < 0$ או $2 < x$.
ב. עולה: $2 < x$ או $-2 < x < 0$, יורדת: $0 < x < 2$ או $x < -2$. ג. עולה: $x < 2$, יורדת: $2 < x$.
ד. עולה: $5 < x$ או $x < 1$, יורדת: $1 < x < 5$ (3 א=6, ב=5, ג=6, ד=2).



4. בשרטוט מופיע גרף הפונקציה $f(x)$.
 א. מצא את שיעורי ה- x של הנקודות בהן הנגזרת מתאפסת.
 ב. מצא את התחומים בהם הנגזרת שלילית ואת התחומים בהם היא חיובית.
 ג. שרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

5. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום: $0 \leq x \leq 7$ בהסתמך על הנתונים הבאים:

$$f'(1)=0, f(7)=-3, f(0)=f(5)=0$$

$$f'(x) < 0 \text{ בתחום } 1 < x < 7 \text{ ומתקיים: } 0 < f'(x) \text{ בתחום: } 0 < x < 1.$$

6. שרטט את גרף הפונקציה $g(x)$ בתחום: $-2 \leq x \leq 6$ בהסתמך על הנתונים הבאים:

$$g'(0)=g'(2)=g'(4)=0, g(-2)=g(6)=7, g(0)=g(4)=0$$

$$g'(x) < 0 \text{ בתחום: } 2 < x < 4 \text{ או } -2 < x < 0 \text{ ומתקיים: } 0 < g'(x) \text{ בתחום: } 4 < x < 6 \text{ או } 0 < x < 2.$$

7. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום: $-4 < x < 4$ בהסתמך על הנתונים הבאים:

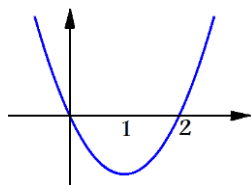
$$f'(-2)=f'(2)=0, f(-4)=-6, f(4)=6, f(-3)=f(0)=f(3)=0$$

$$f'(x) < 0 \text{ בתחום: } -2 < x < 2 \text{ ומתקיים: } 0 < f'(x) \text{ בתחום: } 2 < x < 4 \text{ או } -4 < x < -2.$$

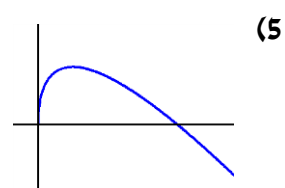
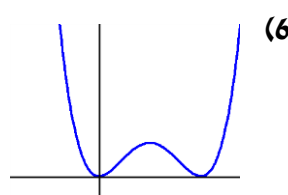
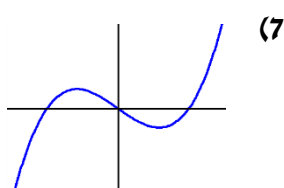
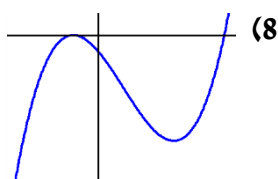
8. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום: $-3 \leq x \leq 5$ בהסתמך על הנתונים הבאים:

$$f'(-1)=f'(3)=0, f(-3)=-5, f(5)=3, f(-1)=f(4)=0$$

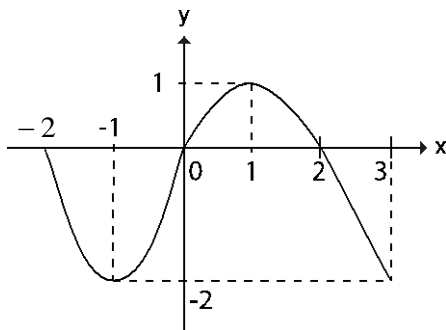
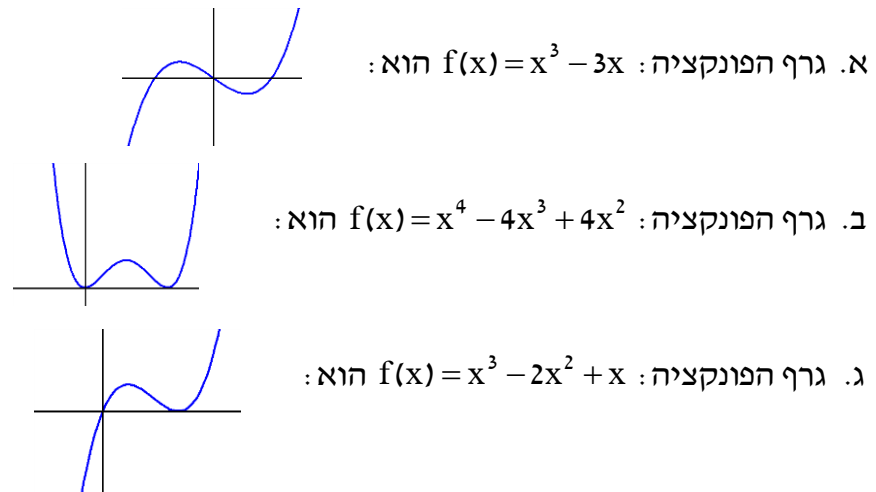
$$f'(x) < 0 \text{ בתחום: } -1 < x < 3 \text{ ומתקיים: } 0 < f'(x) \text{ בתחום: } 3 < x < 5 \text{ או } -3 < x < -1.$$



- פתרונות: (4) א. $x=0, 2$. ב. שלילית: $0 < x < 2$, חיובית: $x < 0$ או $2 < x$. ג.

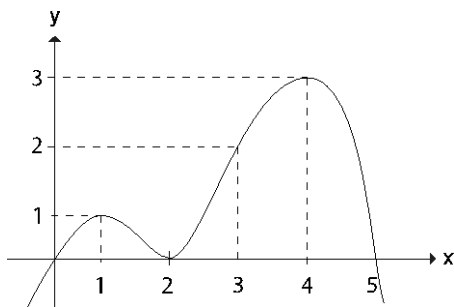


9. בתרגילים הבאים נתון גרף הפונקציה $f(x)$. שרטט את גרף הנגזרת $f'(x)$ ומצא את נקודות החיתוך שלו עם ציר ה- x :



10. נתון שרטוט של גרף הנגזרת $f'(x)$ בתחום: $-2 \leq x \leq 3$. מצא את:

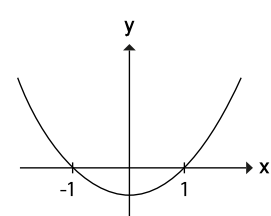
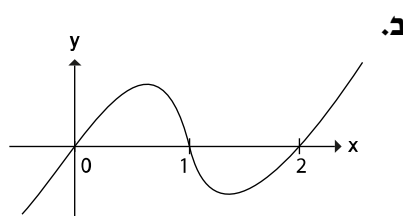
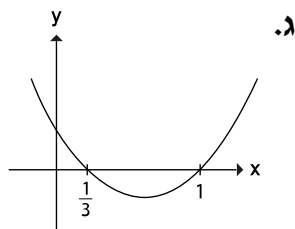
- א. שיעורי ה- x של נקודות הקיצון הפנימיות של גרף $f(x)$.
- ב. תחומי העליה והירידה של גרף $f(x)$ בתחום: $-2 < x < 3$.
- ג. משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה $(-1, 4)$ הנמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.
- ד. משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה $(1, 6)$ הנמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.



11. נתון שרטוט של גרף הנגזרת $f'(x)$. מצא את:

- א. שיעורי ה- x של נקודות הקיצון הפנימיות של גרף $f(x)$ ואת סוגן.
- ב. תחומי העליה והירידה של גרף $f(x)$.
- ג. משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה $(3, 5)$ הנמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

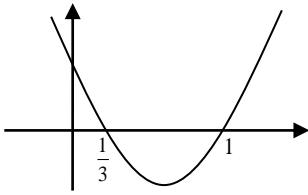
פתרונות:



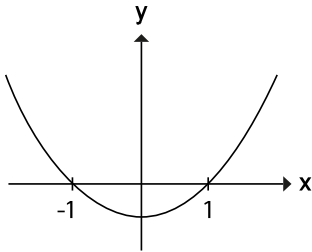
10. א. $x=0, 2$. ב. עליה: $0 < x < 2$, ירידה: $2 < x < 3$. ג. $y = -2x + 2$. ד. $y = x + 5$.

11. א. נקודת min כאשר $x=0$, נקודת max כאשר $x=5$. כאשר $x=2$ מתקבלת נקודת פיתול.

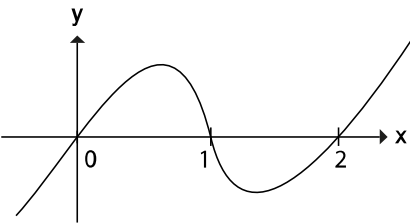
ב. עליה: $0 < x < 5$. הפונקציה אינה יורדת כלל בתחום הנתון. ג. $y = 2x - 1$.



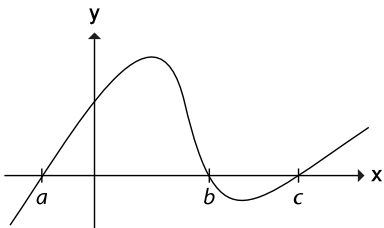
12. עבור הפונקציה: $f(x) = x^3 - 2x^2 + mx$ נתון גרף הנגזרת $f'(x)$. מצא את:
 א. ערכו של הפרמטר m .
 ב. נקודות הקיצון של הפונקציה ואת סוגן.



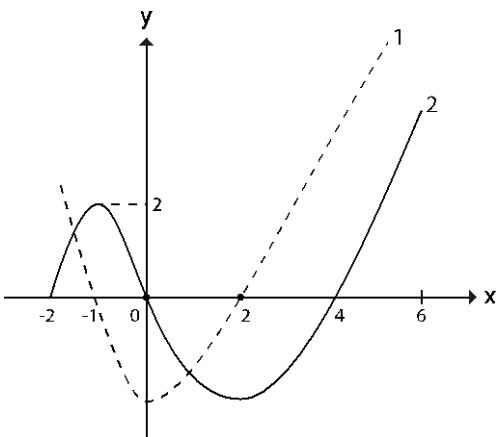
13. עבור הפונקציה: $f(x) = ax^3 - 3x$ נתון גרף הנגזרת $f'(x)$. מצא את:
 א. ערכו של הפרמטר a .
 ב. נקודות הקיצון של הפונקציה ואת סוגן.



14. עבור הפונקציה: $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2$ נתון גרף הנגזרת $f'(x)$. מצא את:
 א. ערכם של הפרמטרים a ו- b .
 ב. נקודות הקיצון של הפונקציה ואת סוגן.



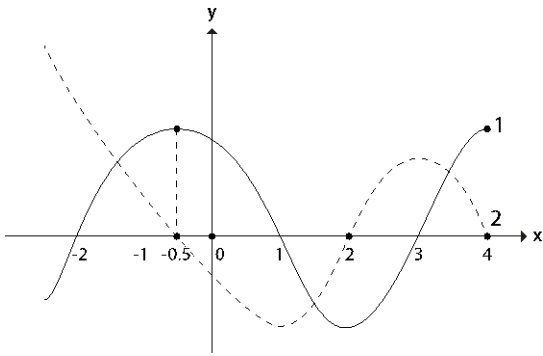
15. בשרטוט מופיע גרף הנגזרת $f'(x)$. נקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$ היא $(3, 7)$. המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה בה $x = 5$ מקביל לציר ה- x . הישר $y = -3$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה בה $x = -1$. מצא את ערכם של הפרמטרים a , b ו- c .
 ב. קבע בכמה נקודות בתחום המצויר מתאפסת הנגזרת השנייה $f''(x)$. נמק.



16. נתונים הגרפים של הפונקציה $f(x)$ ושל הנגזרת $f'(x)$ בתחום: $-2 \leq x \leq 6$.
 א. התאם בין מספרי הגרפים (1 ו-2) לבין $f(x)$ ו- $f'(x)$.
 ב. מצא את תחומי העליה והירידה של גרף $f(x)$.
 ג. מצא באילו תחומים הנגזרת השנייה $f''(x)$ חיובית.
 ד. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה בה $x = -1$.
 ה. (**). מצא באיזה תחום מתקיים: $0 < f(x) \cdot f'(x)$.

פתרונות:

12. א. $m = 1$. ב. $\max\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{27}\right)$, $\min(1, 0)$. א. 13 . א. $a = 1$. ב. $\max(-1, 2)$, $\min(1, -2)$.
 13. א. $a = -4$, $b = 4$. ב. $\min(0, 0)$, $\max(1, 1)$, $\min(2, 0)$. א. 14 . א. $a = -1$, $b = 3$, $c = 5$. ב. שתיים.
 15. א. גרף 2 הוא $f(x)$ וגרף 1 הוא $f'(x)$ (ניתן להבין זאת מחלקו השמאלי של השרטוט).
 ב. עליה: $2 < x < 6$ או $-2 < x < -1$, ירידה: $-1 < x < 2$. ג. $0 < x < 6$. ד. $y = 2$.
 ה. $-2 < x < -1$ או $0 < x < 2$ או $4 < x \leq 6$.

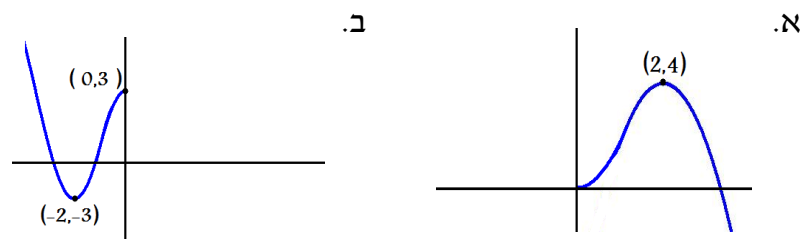


17. בשרטוט מופיעים הגרפים של הנגזרת הראשונה $f'(x)$ ושל הנגזרת השנייה $f''(x)$ בתחום: $x \leq 4$.
- א. קבע איזה גרף, 1 או 2, הוא גרף $f'(x)$. נמק.
- ב. מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצא כמה נקודות מינימום יש לפונקציה $f(x)$ בתחום המופיע בשרטוט.

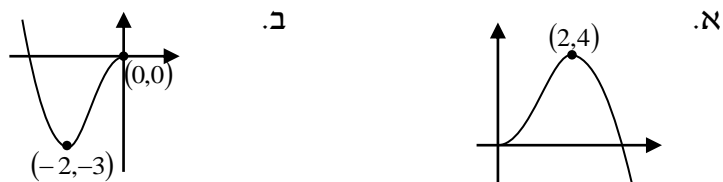
שים לב!

אם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית, אז הנגזרת $f'(x)$ היא פונקציה אי זוגית.
אם הפונקציה $f(x)$ היא אי זוגית, אז הנגזרת $f'(x)$ היא פונקציה זוגית.

18. בתרגילים הבאים מופיע גרף חלקי של הנגזרת $f'(x)$. ידוע שהפונקציה $f(x)$ היא אי זוגית. השלם את השרטוט ומצא עבור כל אחת מהפונקציות א' ו-ב':
- כמה נקודות חיתוך יש לגרף הנגזרת $f'(x)$ עם הצירים.
 - את נקודות הקיצון של גרף הנגזרת $f'(x)$ ואת סוגן.
 - בכמה נקודות חותך הישר $y = 1$ את גרף הנגזרת $f'(x)$.



19. בתרגילים הבאים מופיע גרף חלקי של הנגזרת $f'(x)$. ידוע שהנגזרת השנייה $f''(x)$ היא פונקציה זוגית. השלם את השרטוט ומצא עבור כל אחת מהפונקציות א' ו-ב':
- כמה נקודות חיתוך יש לגרף הנגזרת $f'(x)$ עם הצירים.
 - את נקודות הקיצון של גרף הנגזרת $f'(x)$ ואת סוגן.
 - בכמה נקודות חותך הישר $y = -3$ את גרף הנגזרת $f'(x)$.



פתרונות:

17. א. גרף 1. ב. עולה: $3 < x < 4$ או $-2 < x < 1$. ירידה: $1 < x < 3$ או $x < -2$. ג. שתיים.
18. א. 1. שלוש. 2. $\max(-2, 4)$, $\min(0, 0)$, $\max(2, 5)$. 3. ארבע. ב. 1. חמש. 2. $\max(0, 3)$, $\min(2, -3)$, $\min(-2, -3)$. 3. ארבע.
19. א. 1. שלוש. 2. $\min(-2, -4)$, $\max(2, 4)$. 3. שלוש. ב. 1. שלוש. 2. $\min(-2, -3)$, $\max(2, 3)$. 3. שתיים.